

※ ホチキスは外さないでください。

R5-選択

## 適性試験（選択問題）

10:30～12:30

### 受験上の注意

1. 試験開始の合図があるまで、問題紙は開かないでください。
2. 問題紙は16枚（表紙・下書き用紙を含む）、解答用紙は10枚（表紙を含む）あります。  
試験開始後、監督者の指示に従い、速やかに枚数に不足がないことを確認してください。
3. 各問に対する解答は、それぞれ指定された解答用紙に記入してください。
4. 試験終了後、この問題紙は回収しないので、各自持ち帰ってください。

問題番号	出題内容	選択方法等
1	数学Ⅰ・Ⅱ・Ⅲ・ A・B	選択問題の解答方法は、 解答用紙表紙に記載のとおり
2		
3		
4	物理基礎・物理	
5		
6		
7	化学基礎・化学	
8		
9		

1

座標空間において、原点  $O(0, 0, 0)$  を中心とする半径 1 の球面を  $S$  とする。 $S$  から点  $N(0, 0, 1)$  を取り除いた部分を  $T$  とする。 $T$  上の点  $P(u, v, w)$  に対して、直線  $NP$  が  $xy$  平面と交わる点を  $Q(x, y, 0)$  とする。

問1  $x, y$  を  $u, v, w$  の式で表しなさい。

問2  $u, v, w$  を  $x, y$  の式で表しなさい。

問3  $a$  を 1 より大きい定数とする。点  $P$  が  $u = \frac{1}{a}$  をみたしながら  $T$  上を動くとき、点  $Q$  の軌跡は  $xy$  平面上の円であることを示し、その円の中心と半径を求めなさい。

問4  $\theta$  を  $0 < \theta < \pi$  をみたす定数とし、 $T$  上に点  $A(\sin \theta, 0, \cos \theta)$  をとる。点  $P$  が、次の条件 (\*) をみたしながら  $T$  上を動くとする。

$$\vec{OA} \text{ と } \vec{OP} \text{ のなす角は } \theta \text{ である} \quad \dots\dots (*)$$

このとき、点  $Q$  の軌跡は  $xy$  平面上のどのような図形であるか答えなさい。

#### 解答上の注意

採点時には、結果を導く過程を重視するので、必要な計算・論証・説明等を省かずに解答しなさい。

2

次の問に答えなさい。

問1  $\alpha, \beta$  を 0 でない定数とする。関数

$$f(x) = \frac{e^{\alpha x} \{ \alpha \sin(\beta x) - \beta \cos(\beta x) \}}{\alpha^2 + \beta^2}$$

の導関数を求めなさい。ただし、 $e$  は自然対数の底である。

問2 不定積分  $\int e^{-x} \sin x dx$  および  $\int e^{-x} \cos x dx$  を求めなさい。

問3 自然数  $n$  に対して、

$$a_n = \int_{(n-1)\pi}^{n\pi} e^{-x} |\cos x| dx$$

とおく。このとき、 $a_n$  の値を求めなさい。

問4 自然数  $n$  に対して、

$$b_n = \int_0^{n\pi} e^{-x} |\cos x| dx$$

とおく。このとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$  の値を求めなさい。

#### 解答上の注意

採点時には、結果を導く過程を重視するので、必要な計算・論証・説明等を省かずに解答しなさい。

3

連立不等式

$$\begin{cases} 3x + 5y \leq 9 \\ 7x + 9y \leq 20 \end{cases} \dots\dots (*)$$

を考える。

問1 座標平面において、直線  $3x + 5y = 9$  を  $l$  とし、直線  $7x + 9y = 20$  を  $m$  とする。  
 $l$  と  $m$  の交点の座標を求めなさい。

問2 実数  $x, y$  が  $(*)$  をみたすとき、 $5x + 7y$  の最大値を求めなさい。

問3 1次方程式  $5x + 7y = 1$  の整数解をすべて求めなさい。

問4  $a$  を整数とすると、1次方程式  $5x + 7y = a$  の整数解をすべて求めなさい。

問5 整数  $x, y$  が  $(*)$  をみたすとき、 $5x + 7y$  の最大値を求めなさい。また、最大値をとるとききの  $x, y$  の値を求めなさい。

## 解答上の注意

採点時には、結果を導く過程を重視するので、必要な計算・論証・説明等を省かずに解答しなさい。

4

図1のように、水平面が、点Oを中心とする半径  $r$  [m] の半円筒面とつながっている。左端の壁に、質量の無視できるばね定数  $k$  [N/m] のばねが固定され、ばねの右端には、質量  $m$  [kg] の物体Aが固定され取り付けられている。質量  $m$  [kg] の小球Bは、物体Aに接しているが、固定されていない。図のように右向きに  $x$  軸をとり、ばねが自然長のときのばねの右端をその原点  $x=0$  とする。

物体Aと小球Bを接触させたまま、ばねを左に距離  $l$  [m] だけ縮ませ、静かに手を離した。このとき、小球Bは物体Aに接したまま右向きに運動を始める。物体Aと小球Bの大きさは無視でき、それらと床面の摩擦はないものとする。重力加速度の大きさを  $g$  [m/s<sup>2</sup>] とし、以下の間に答えよ。

問1 ばねが自然長になったときの小球Bの速度  $v_0$  [m/s] と、その時の時刻  $t_0$  [s] を求めよ。ただし、手を離した時刻を  $t=0$  とする。

問2  $x=0$  を通過後の物体Aと小球Bは、その後、それぞれどのような運動をするか。ただし、小球Bは、まだ半円筒面には到達していないものとする。

次に、小球Bの半円筒面内での運動を考える。点Pと点Sは点Oを通る鉛直線上にあり、点Qは点Oと同じ高さである。

問3 小球Bは、半円筒面の点Pを通過後、壁面から離れることなく運動し、点Qに到達した。この場合に  $l$  が満たす条件を、 $m, g, r, k$  を用いて表せ。

問4 小球Bは、点Qを通過した後、図の点Rで壁面から離れて空中に飛び出した。 $\angle ROQ$  を  $\theta$  [rad] とする ( $0 < \theta < \pi/2$ )。点Rでの小球Bの速さ  $v_R$  [m/s] を、 $g, r, \theta$  を用いて表せ。

問5 その後、小球Bは、ちょうど点Pに落下した。このときの  $l$  の値を、 $m, g, r, k$  を用いて表せ。

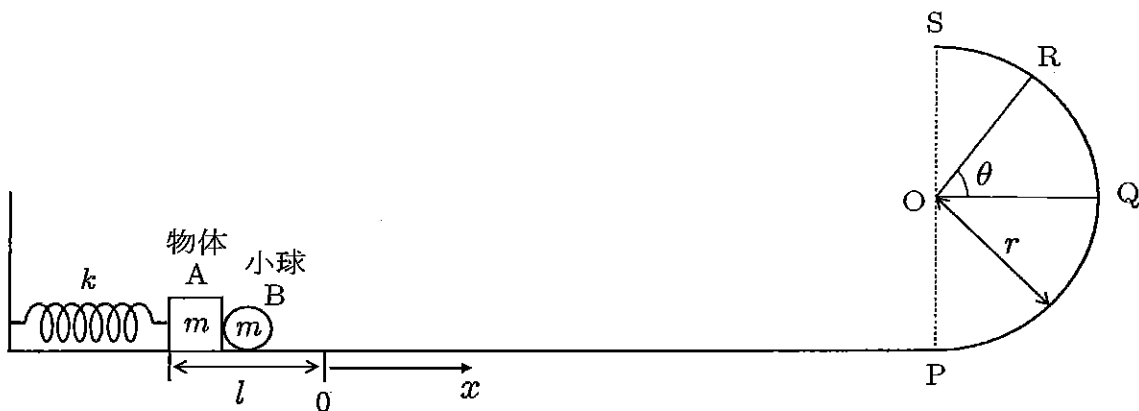


図1

5

図1のように、球体の体積  $V$  [m<sup>3</sup>] の熱気球が地上に静止している。気球には質量  $M$  [kg] のゴンドラが吊り下げられている。球体下部には開口部があり、この開口部下部近くにバーナーを設置してある。このバーナーで球体内部の空気の温度を調整することができる。大気（空気）の気圧、温度は、それぞれ  $p_0$  [Pa]、 $T_0$  [K] である。また空気は理想気体とし、その1モル当たりの質量を  $m$  [kg] とする。球体内の空気は一様であるとしてその温度を  $T$  [K] で表し、浮力は球体のみが受け、気球のゴンドラ以外の部分の重さは無視できるものとする。気体定数を  $R$  [J/(mol・K)]、重力加速度の大きさを  $g$  [m/s<sup>2</sup>] として、以下の問に答えよ。

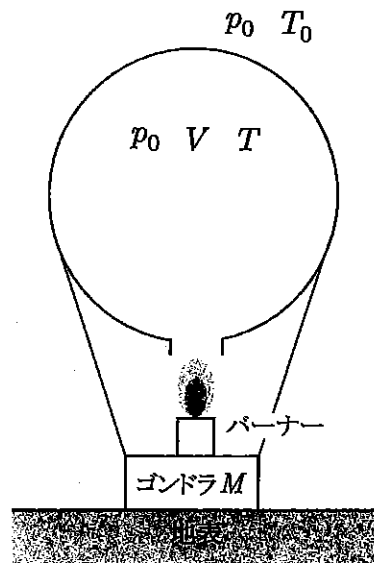


図1

- 問1. 球体内の空気の温度  $T$  が、 $T_0$  から上昇して  $T_1$  [K] に達したとき、気球は地表を離れた。温度  $T_1$  を、 $T_0$ 、 $p_0$ 、 $V$ 、 $M$ 、 $m$ 、 $R$  を用いて表せ。
- 問2. 球体内の空気の温度が  $T_0$  から  $T_1$  に達するまでの間における、球体内の空気の内部エネルギー  $U$  の変化を、温度  $T$  を横軸、 $U$  を縦軸にとってグラフに描け。また、グラフがそのようになる理由を簡潔に説明せよ。ただし、空気の定積モル比熱  $C_V$  [J/(mol・K)] は一定であり、また、球体の体積  $V$  は変化しないものとする。

6

図1のように、一方向にのみ電流が流れるダイオードDがある。その電圧  $V$  [V] と電流  $I$  [A] の特性は、図2で与えられるものとする。すなわち、加える電圧がある正の電圧  $V_0$  [V] 以下では電流が流れず、 $V_0$  以上では電圧の増加量  $\Delta V$  [V] と電流の増加量  $\Delta I$  [A] との間に  $\Delta I = k \Delta V$  ( $k$  は正の定数) の関係がある。図3は、この特性を持つ二つのダイオード  $D_1$  と  $D_2$  を用いて作った回路である。回路の構成要素は、ダイオード  $D_1$  と  $D_2$  に加えて、スイッチ  $S$ 、起電力が  $E_1$  [V] と  $E_2$  [V] の電池、静電容量がそれぞれ  $C_1$  [F] と  $C_2$  [F] のコンデンサー  $C_1$  と  $C_2$  である。電池の内部抵抗、および配線の電気抵抗は無視できるものとし、 $E_1 > V_0$  かつ  $E_2 > V_0$  が成り立つものとする。最初、コンデンサー  $C_1$  と  $C_2$  に電荷はなく、スイッチ  $S$  は a 側にも b 側にも接続されていなかった。以下の間に導出の過程も含めて答えよ。

- 問1. スイッチ  $S$  を a 側に接続した。接続直後にコンデンサー  $C_1$  に流れる電流の大きさを求めよ。
- 問2. スイッチ  $S$  を a 側に接続し十分に時間がたつと、コンデンサー  $C_1$  を流れる電流が0になった。スイッチ  $S$  を a 側に接続してからこの状態にいたるまでの間に、ダイオード  $D_1$  でジュール熱にかわったエネルギーの総量を求めよ。
- 問3. 問2の状態から、今度はスイッチ  $S$  を b 側に接続すると、コンデンサー  $C_2$  に電流が流れはじめ、十分に時間が立つと電流が0になった。この終状態において、コンデンサー  $C_2$  の両端にかかる電圧を求めよ。
- 問4. 問3の結果の電圧を1回目の電圧として、問1から問3の操作を  $n$  回 ( $n = 2, 3, \dots$ ) 繰り返したときのコンデンサー  $C_2$  の両端の電圧  $V_n$  を求めよ。

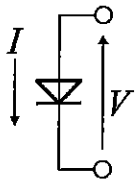


図1 ダイオードD

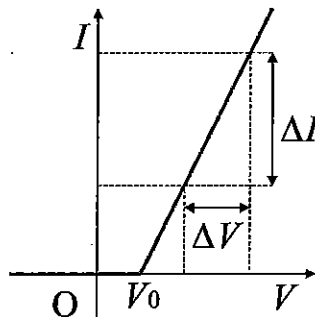


図2 ダイオードの電圧-電流特性

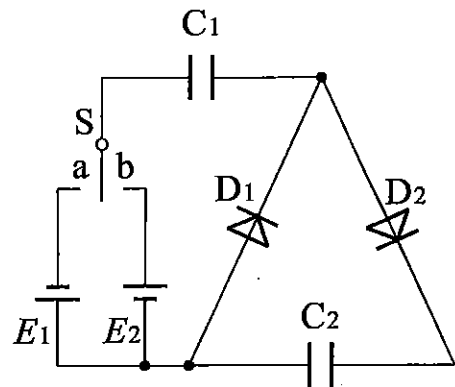


図3 ダイオード二つを組み込んだ回路

7 I, II に答えなさい。必要があれば次の数値を用いること。

原子量：H = 1.0 O = 16

気体定数： $8.3 \times 10^3 \text{ Pa} \cdot \text{L}/(\text{K} \cdot \text{mol})$

I 次の文章を読み、問1～問3に答えなさい。

$\text{H}_2\text{O}$  では、1つの酸素原子が2つの水素原子のそれぞれと (あ) 結合をつくっている。酸素原子と水素原子の (い) には大きな差があるため、O-H 結合の (う) 対は (え) 原子の方に強く引きつけられ、O-H 結合は分極している。このことが、 $\text{H}_2\text{O}$  が分子間で水素結合をつくる原因となっている。一般に、液体中の1分子あたりにはたらく分子間力が大きくなると、沸点は高くなる。 $\text{H}_2\text{O}$  は水素結合をつくるため、分子量の大きなエタンやプロパンなどに比べても、沸点は著しく高い。

分子間にはたらく引力としては、水素結合の他に、分子の極性の有無によらず、全ての分子間にはたらく (お) 力がある。また、 $\text{H}_2\text{O}$  は分子が (か) 型であるため、(き) 性分子である。これに対して  $\text{CO}_2$  は、2つの C=O 結合はそれぞれ分極しているものの、分子が (く) 型であるため、(け) 性分子となる。

問1 (あ) ～ (け) にあてはまる適切な語句を記しなさい。

問2 水はエタノールよりも沸点が高い。この理由を1～3行程度で説明しなさい。

問3 エタノールはメタノールよりも沸点が高い。この理由を1～3行程度で説明しなさい。

II 次の文章を読み、問4～問6に答えなさい。ただし、気体はすべて理想気体として振る舞い、また、液体の体積、容器の容積の温度変化は無視できるものとする。

問4 図1に示すような、容積8.3Lの真空密閉容器に、 $10^\circ\text{C}$ で水  $m[\text{g}]$  を加え、容器の温度を  $10^\circ\text{C}$  から  $90^\circ\text{C}$  まで変化させた。その間、各温度で十分長い時間保持したのち、その温度で容器内の圧力を記録すると、次頁図2に示すような結果となった。このような圧力変化を示す水の質量  $m[\text{g}]$  の範囲を示しなさい。数値は有効数字2桁で答え、答えに至る過程も示しなさい。

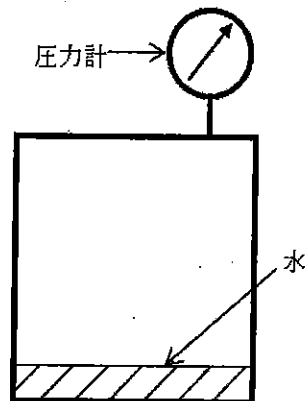


図1



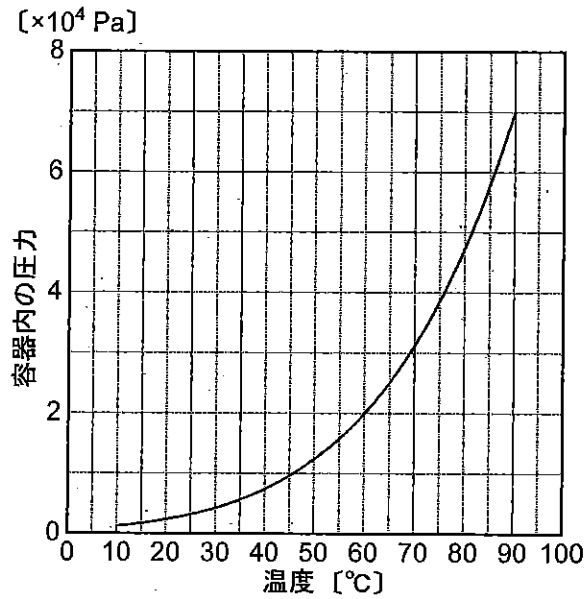
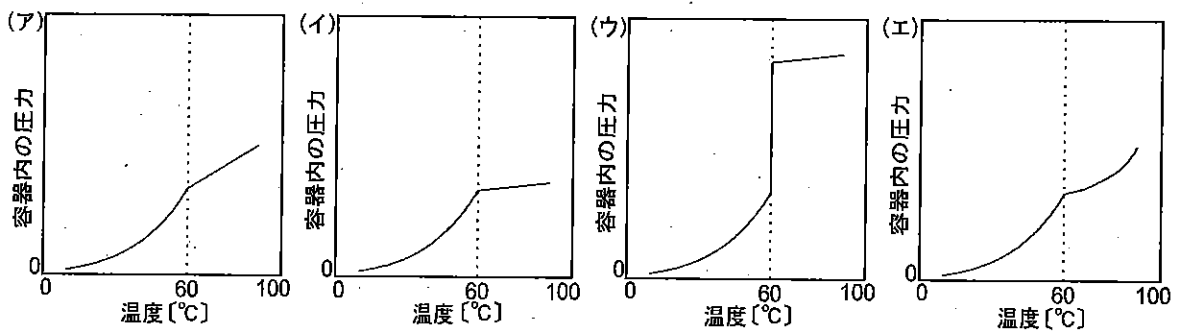


図2

問5 水  $m$ [g]に、それぞれ等しい物質量の塩化ナトリウム、ショ糖、エタノールを溶解させた3種類の希薄溶液についても、問4と同様の実験を行った。(a) 水、(b) 塩化ナトリウム水溶液、(c) ショ糖水溶液、および (d) エタノール水溶液について、それらの40°Cでの容器内の圧力が高い順に記号を並べなさい。

問6 ある量の水を用いて問4と同様の実験を行ったところ、10°Cから60°Cまでは問4の実験と同じ圧力を示したが、60°C以上では圧力は大きく異なった。以下の問(1)、(2)に答えなさい。

(1) この実験における圧力と温度の関係を表すグラフとして最も適切なものを下の(ア)～(エ)の中から選んで、記号で答えなさい。



(2) このとき、90°Cにおける容器内の圧力[Pa]を有効数字2桁で答えなさい。答えに至る過程も示しなさい。

8

次の文章を読み、問1～問3に答えなさい。ただし、必要に応じてアボガドロ定数は  $6.0 \times 10^{23} / \text{mol}$ 、 $(4.06)^3 = 67$ 、炭素の原子量は 12、 $\text{O}=\text{O}$  結合の結合エネルギーは  $500 \text{ kJ/mol}$ 、 $\text{CO}_2$  分子中の  $\text{C}=\text{O}$  結合 1 つあたりの結合エネルギーは  $800 \text{ kJ/mol}$  を用いること。

結晶は原子や分子が規則正しく配列することでできており、結晶格子は (i) 体心立方格子、面心立方格子、六方最密構造 などがある。金属の結晶では、金属原子が集まってそれぞれの最外電子殻の一部が重なりあうと、**(あ)** 電子は電子殻を伝わって自由に移動できるようになる。これを **(い)** 電子といい、**(い)** 電子による金属原子どうしの結合を **(う)** 結合という。また、金属以外の結晶の例としてダイヤモンドがあり、この結晶では原子同士がお互いに **(あ)** 電子を出し合い共有結合している。共有結合は非常に **(え)** い結合であるため、ダイヤモンドのように共有結合のみからなる結晶は化学的に安定性が高く硬いものが多い。また、(ii) 炭素の同素体 として黒鉛や  $\text{C}_{60}$  フラーレンなどがあり、それぞれダイヤモンドとは異なる結晶構造をしている。

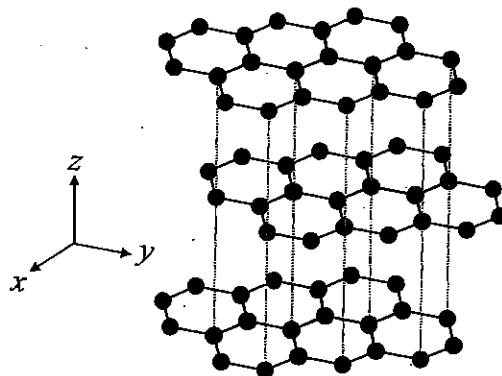
問1 空欄 **(あ)** ～ **(え)** に当てはまる適切な語句を答えなさい。

問2 下線部 (i) に関して、以下の問 (1) ～ (2) に答えなさい。

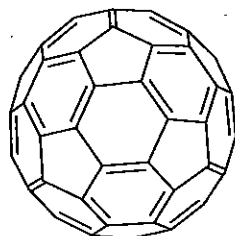
- (1) 各単位格子における配位数を述べなさい。
- (2) 面心立方格子の一辺の長さが  $4.06 \times 10^{-8} \text{ cm}$ 、密度が  $2.7 \text{ g/cm}^3$  の結晶があるとき、この結晶をつくる最も妥当な金属を理由と共に以下の選択肢 A ～ E から選びなさい。  
A: アルミニウム (原子番号 13), B: 鉄 (原子番号 26), C: 銅 (原子番号 29),  
D: 銀 (原子番号 47), E: 金 (原子番号 79)

問3 下線部 (ii) に関して、以下の問 (1) ～ (4) に答えなさい。

- (1) 下図に黒鉛の構造を示す。x 軸、y 軸、z 軸の 3 方向について、黒鉛の電気伝導性が高い軸をすべて選び、その理由を 1 ～ 3 行程度で説明しなさい。



- (2) 下図に 60 個の炭素原子からなる  $C_{60}$  フラーレンの分子構造を示す。 $C_{60}$  フラーレン分子は 2 種類の炭素-炭素結合からなり、合計 90 個の炭素-炭素結合を有する。さらに、 $C_{60}$  フラーレンは面心立方格子の分子結晶をつくる。炭素原子間の平均結合エネルギーを  $450 \text{ kJ/mol}$  としたとき、フルラーレンの燃焼熱を求めなさい。また、答えに至る過程も記述しなさい。ただし、有効数字は 2 桁とする。



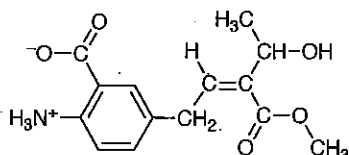
- (3) ダイヤモンドにおける炭素原子間の結合エネルギーは  $357 \text{ kJ/mol}$  である。ダイヤモンド結晶とフルラーレン結晶についてどちらの硬度が高いか、以下の語句を用いて 1～3 行程度で説明しなさい。

語句：共有結合，分子結晶，分子間力，結合エネルギー

9

問1～問3に答えなさい。ただし、構造式は記入例にならって示しなさい。

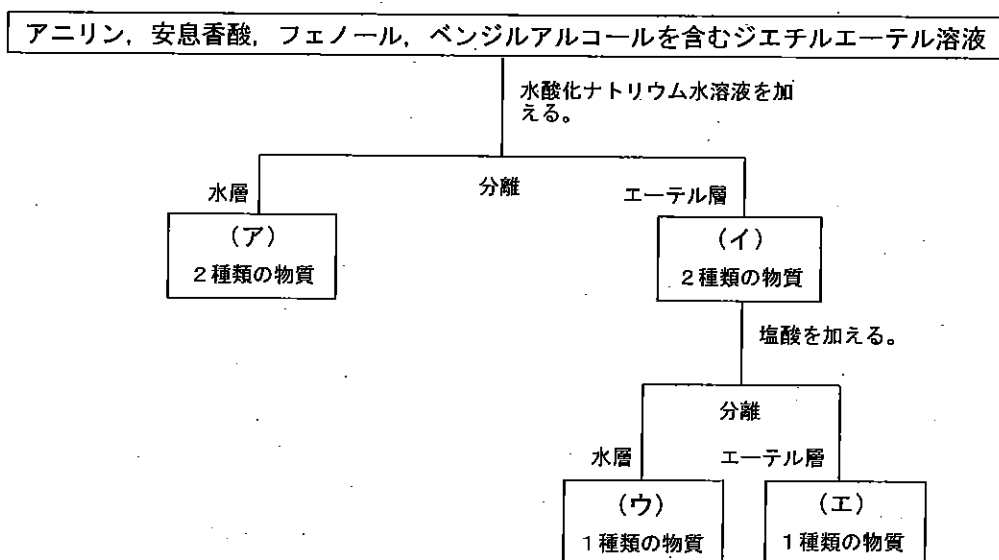
(記入例)



問1 ケクレにより提唱されたベンゼンの構造は、単結合と二重結合が交互に存在する環式炭化水素である1,3,5-シクロヘキサトリエン (分子式  $C_6H_6$ ) であった。しかしながら、この構造がベンゼンの真の構造であると仮定すると、以下の事実 (a), (b) との矛盾が生じる。矛盾が生じる理由を、(a), (b) それぞれについて1～3行程度で説明しなさい。必要であれば、図を用いてもよい。

- (a) ベンゼンは、6個の炭素原子が正六角形の頂点に位置した構造である。  
 (b) ベンゼンの2個の隣りあった水素原子が、別の原子団に置換された化合物には異性体が存在しない。

問2 アニリン、安息香酸、フェノール、ベンジルアルコールの混合物が溶解したジエチルエーテル溶液がある。分液ろうとを用い、以下の手順で分離操作を行う実験について、問(1)～(4)に答えなさい。



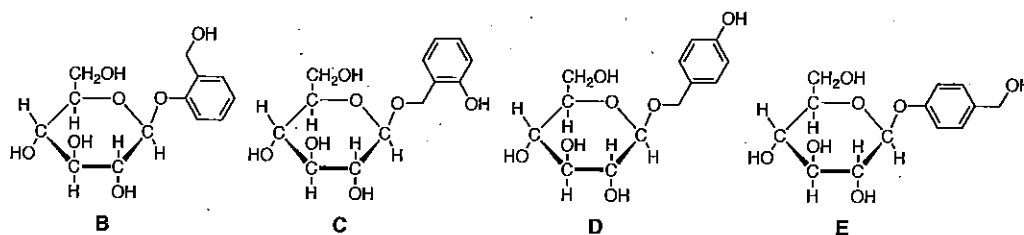
(1) 図中の(ア)に含まれる2種類の有機化合物の構造式を書きなさい。ただし、分離実験の過程で構造に変化が生じる場合には、変化後の構造式を記しなさい。

- (2) 図中の (ア) に含まれる 2 種類の有機化合物を互いに分離するために、適切な実験操作を記しなさい。また、その操作により起こる反応を化学反応式で示しなさい。
- (3) 図中の (ウ), (エ) のそれぞれに主に含まれる有機化合物の構造式を書きなさい。ただし、分離実験の過程で構造に変化が生じる場合には、変化後の構造式を記しなさい。
- (4) 図中の (ウ) に含まれる化合物を適切な条件でアセチル化すると化合物 A が得られる。この化合物 A を用い、上記の手順による分離操作を改めて行なった場合、A は (ア) ~ (エ) のどこに含まれると予想されるか。記号で答えなさい。

問 3 以下の文章を読み、問 (1), (2) に答えなさい。

ヤナギの樹皮から単離された有機化合物であるサリシンは、解熱鎮痛作用を示す。サリシンは、塩化鉄 (III) 水溶液に加えても呈色反応を示さない。サリシンを適切な条件で加水分解すると、グルコースとサリチルアルコールが生成する。サリチルアルコールを、適切な条件で酸化すると、サリチル酸へと変換される。

- (1) サリシンの構造式として適当と考えられるものを、以下の B ~ E から一つ選び、記号で答えなさい。



- (2) サリシンは、グルコースと共通の構造をもっているが、フェーリング液に加えて加熱しても酸化銅 (I) の沈殿は生じない。その理由を 1 ~ 3 行程度で説明しなさい。必要であれば、図を用いてもよい。

R5

適性試験（選択問題）

下書き用紙

---

R5

適性試験（選択問題）

下書き用紙

---

R5

適性試験（選択問題）

下書き用紙

---